كتاب المدخل الى علم العدد

وضعه نيقوماخوس الجاراسيني ـ ترجمه ثابت بن قرة

تحقيق : الأب ولهلم كوتش

الأستاذ عبد الكريم زهور عدي

علم الحساب عند علماء اليونان ينقسم الى قسمين : علم العدد (ارتماطيقي) ويبحث في خصائص العدد مفرداً وفي مجموعات وسلاسل الخ .. ، وعلم العمليات الحسابية (لوجستيقا) ويبحث في الجمع والتفريق الخ ... وكانوا يرون ان علم العمليات الحسابية لصفته العملية لا يليق بالعلماء والفلاسفة ، على عكس علم العدد فهو علم مجرد نظري فهو أولى بهم . ولذلك خصوه بجل اهتمامهم وربما بكل اهتمامهم ، وأهملوا العلم الآخر . وقد يكون من أسباب هذا الاهتمام ان منهم من تأثر بالعقائد الشرقية لا سيما البابلية فأعطى الأعداد صفات وجودية وروحية وأخلاقية وسحرية . فأرسطو يروي عن الفيثاغوريين[1] مثلا انهم يقولون : « إن مبادىء الاعداد هي عناصر الموجودات ، أو ان الموجودات أعداد ، وان العالم عدد ونغم » . بل انهم[2] ، متبعين سنة البابليين ، عبدوا الاعداد ، واثر عنهم دعاء للرباعي المقدس : « باركنا أيها العدد السماوي الذي خلق الآلهة والناس ، الخ .. » . حتى أفلاطون [3] جنح في أواخر عمره الى التقريب ما بين نظريته في المثل ونظرية الفيثاغوريين في الاعداد . ففي « فيلابّوس » ، وهي من محاوراته المتأخرة ، يقول : ان من

الممكن ان نطبق على المثل صفات العدد ، وان وجود الاعداد هو وجود متوسط بين وجود الأشياء ووجود المثل • بل ان أرسطو يذكر عنه أنه يرى أن المثل أعداد •

وورث علماء الرياضة العرب عن اليونان هذا التقسيم لعلم الحساب ، ولكنهم لم يرثوا عنهم هذا التفاوت في الاهتمام ؛ بل انصبت معظم جهودهم على العمليات الحسابية ، وان لم يهملوا علم العدد • وكان « أصول » أقليدس و « مدخل » نيقوماخوس المصدرين الرئيسين عندهم لهذا العلم • ولعل خير ما أتتجوه فيه ثلاثة كتب[٤]: (١) رسالة ثابت بن قرة في الاعداد المتحابة (٢) كتاب التكملة لأبي منصور عبد القاهر بن طاهر البغدادي (ــ ٤٢٩) (٣) كتاب مراسم الانتساب في علم الحساب ليعيش بن ابراهيم الأموي (عاش في القرن الثامن) •

أما كتاب « أصول الهندسة » ، الذي وضعه أقليدس سنة ٣٠٠ ق•م ، فقد ترجمه الحجاج بن مطر مرتين ، وترجمه اسحق بن حنين وأصلح هذه الترجمة ثابت بن قرة • وكان اهتمام علماءالرياضة العرب به كبيراً[٥] « فدونوا عليه الشروح واختصروه وأصلحوه وحرروه وزادوا فيه وحلوا شكوكه وتوسعوا في مسائله وامتحنوا براهينه ومقدماته وأعادوا ترتيب أشكاله » • وهو مؤلف من ثلاث عشرة مقالة وضعها اقليدس ثم مقالتين أضيفتا إليه في عصر متأخر ، خُصّ علم العدد منها بالمقالات الثانية والخامسة والسابعة والثامنة والتاسعة والعاشرة ، بتمامها أو بجزء كبير منها •

وأما مدخل نيقوماخوس الجرشي (ــ نحو ١٣٥ م) فيتألف من مقالتين • ولد نيقوماخوس[٦] في جرش ، وكان كثير الرحلة ، فلعله

طلب العلم في رحلاته . كان فيثاغوري المذهب . وله كتب كثيرة لم يبق منها إلا كتاب النغم وكتاب المدخل الى علم العدد . وقد اشتهر هذا الكتاب شهرة كبيرة ، وأصبح كتاباً تعليمياً في أواخر العصر القديم وطوال العصر الوسيط ، واشتهر به مؤلفه حتى كان يقال : فلان يحسب مثل نيقوماخوس الجرشي .

وتظهر اتجاهات نيقوماخوس الفيثاغورية في كثير من المواضع في كتابه :

فهو مثلاً حين أراد أن يبين أن علم العدد احق العلوم التعليمية بالتقديم ، وهي العلوم المقدمة على كل العلوم ، قال : « .. وليس إنما السبب في ذلك ما قلناه من أنها (الأعداد) سابقة في علم الله صانع الأشياء متقدمة للعلوم الباقية ، بمنزلة الشيء الجميل الذي قياسه الى الأشياء الباقية قياس المثال ، فجعله مثالاً لسائر الأشياء التي خلق وحذواً عليها (؟) وعلى حسبه خلقها وسوّاها وزيّن ما خلقه من العنصر وبلغ به الأمر الأفضل الموافق في كل واحد من الأشياء .. » (ص ١٦)

وفي حديثه عن الأعداد الزايدة والناقصة والتامّة قال : « ..كما يعرض في الأشياء المحسودة الفاضلة من أنها عزيزة قليلة العدد ، وأن الأشياء المرذولة كثيرة موجودة ، كذلك أيضاً الأعداد الزايدة على التمام والناقصة توجد كثيرة غير لازمة للنظام وحسن التأليف في إدراكنا لها ، وأما الأعداد التامّة فإنها توجد قليلة العدد لازمةللنظام والترتيب وحسن التأليف .. » (ص ص ٣٨ و ٣٩) .

وكذلك بعد حديث طويل غامض عن الأعداد المجسّمة

وخصائصها قال : « فجميع الأمور العددية ينقسم قسمين ويظهر فيه التضادّ والاختلاف وكذلك أيضاً الحال في كون ما يكون في العالم. وقد أجاد القدماء ... واما فيلولاوس فإنه قال : يجب أن تكون الأشياء الموجودة إما غير متناهية واما متناهية واما متناهية وغير متناهية معاً . وهذا الأمر الأخير هو الذي يجب ان يُتَوهَّم . فقد تبيّن مما قلنا أن هؤلاء القوم قد جعلوا العالم من المتناهية ومن التي ليست بمتناهية ، على مثالّ الأعداد . وذلك أن جميع الاعداد أزواجها وأفرادها إنما تكون عن الواحد وعن الاثنين ، وهذان شيئان يظهر فيهما الهوهو والغيرية التي من طبيعة المحدود وغير المحدود » (ص ٨٩) .

وقد اخترت هذه الأمثلة لأن كل واحد منها يكشف عن جانب من آراء الفيثاغوريين الجدد : فالأول يكشف عن تأثرهم بأفلاطون ونظريته في المثل حين يقولون ان الأعداد هي المثل الموجودة في عقل الله وهي التي على حسبها يخلق الأشياء الطبيعية . والثاني يُبين عن تأثرهم بأرسطو ونظريته في الفضيلة وأنها الوسط بين طرفين .والثالث يقدّم لنا تصورهم للأعداد والأشياء الطبيعية على أنها نسيج من المتضادّات : من المحدود وهو الخير واللامحدود وهو الشر .

وترجم كتاب المدخل ثابت بن قرة الصابي[٧] (٢١٩ ــ ٢٨٨). ولد ثابت في حرّان ، وعمل في أول أمره بالصيرفة . ولقيه محمد بن موسى منصرفه من بلاد الروم في بلدة كفرتوثا فأعجب به واستصحبه معه الى بغداد . « وقيل إنه قرأ على محمد بن موسى فتعلم في داره » . ووصله بالمعتضد فعلت مكانته عنده . كان فيلسوفاً ورياضياً

لم يفُقْه في علم العدد أحد من رياضيي العرب وفلكياً وطبيباً •ترجم وأصلح وألف كتباً كثيرة في هذه العلوم •

وحقق الكتاب الأب ولهلم كوتش اليسوعي ، ونشره معهد الآداب الشرقية في بيروت سنة ١٩٥٩ • واعتمد الأب في تحقيقه على مخطوطة ضمن مجموع محفوظ في المتحف البريطاني ، يحوي عدداً من المخطوطات تبحث في الفلسفة والتنجيم والرياضيات ، وتشغل مخطوطة الكتاب فيه الصفحات من ١٢٢ الى ١٦٤ • كما كان بين يديه النص اليوناني للكتاب من طبعة هوش •

يقول الأب كوتش في المقدمة : « ويرجع عهدنا بهذا الكتاب الى سنتي ١٩٣٨ و ١٩٣٩ حيث كنا نعمل بالتعاون مع المغفور له الاستاذ بول كروس ، صاحب العلم الواسع بتراجم السريان والعرب القدماء لمؤلفات اليونان • فقد عرض علينا آنذاك ، ونحن في القاهرة بمصر ، أن ننشر هذا المصنف ، وصارحنا أن علماء عديدين كانوا من قبل قد رفضوا عرضه هذا لما رأوا في نشره من الصعوبات ، فقبلنا اطمئناناً الى مساعدته ومساعدة زميلنا المرحوم الأب أرثورستيل وكان ضليعاً من الرياضيات ومن تاريخها الى حد بعيد ، وبدأنا بالعمل فوراً» • ثم جاءت الحرب بظروفها القاسية والظروف التي عقبتها ، « وقضى نحبه الاستاذ كروس في ظروف أليمة وتوفي من بعده بسنوات الأب ستيل فكدنا ننقطع عن متابعة العمل • غير ان تحقيقنا للنص كان في مرحلة متقدمة فرغب إلينا بعض الأصدقاء أن نكتفي بنشر النص ومعجم الألفاظ (يوناني — عربي وعربي — يوناني) ففعلنا • » (ص ٧) • وكانت خسارة الأب كبيرة بوفاة كروس والأب ستيل •

هنالك طريقتان في التحقيق : الأولى تقوم على المحافظة على نص

المخطوطة ، الوحيدة أو المتخذة أساساً اذا وجدت أكثر من مخطوطة، بأخطائها من كل الأنواع وما فيها من نقص او زيادة الخ .. اما التصحيحات والتعليقات والملاحظات التي تسد الثغرات أو توضح الغامض فتثبت في الهوامش . والثانية تقوم على تقويم النص اعتماداً على المخطوطات الأخرى والمراجع المختلفة ان وجدت واجتهاد المحقق، فتصحح الأخطاء الخ .. التي يظن انها نتيجة جهل الناسخ او سهوه او سوء قصده الخ .. مع الإشارة الى كل ذلك في الحواشي .

واتبع الأب كوتش الطريقة الأولى . فهو يقول في المقدمة : « وقد دأبنا في إخراج النص على التقيد بالمخطوط بكل دقة ولم نأت إلا بإصلاحات طفيفة في الأحوال التي أيقنّا فيها من خطأ الناسخ نفسه ، ومن الطبيعي ألاّ نقدم على الإصلاحات الواسعة الظنية » (ص ٩) . وهذا حقّه وحق النصّ ، فللنصّ حرمته عند العلماء المحققين فيما يحتويه من علم وعرفان ، ولأنه وثيقة تاريخية تكشف عن طرائق التفكير والتعبير عند المؤلف وفي دائرته الخاصّة (أدباء ، علماء ، فقهاء ..) وفي عصره ، بل ان المخطوطة ذاتها أثر من الآثار ووثيقة تفيد في كشف أشياء كثيرة عن الناسخ وعصره . ولكن الإفراط حتى في الفضائل غير محمود (هكذا قال أرسطو) . وأظن أن الأب كوتش قد أسرف شيئاً في المحافظة على النص :

(١) فقد أثبت أحياناً في النص أخطاءً واضحا فيها التصحيف أو التحريف أو سهو الناسخ وسبق يده . من ذلك مثلاً (وانا لا أحصي وانما هي دائماً أمثلة ونماذج) :

في النص	في الهامش
وأما الطريق في قولك هذا العدد ووجوده	في تولد

فهو على ما أصف (ص ٢٤ ، س ٤ من أسفل)

وجلعنا (ص ٣٣ ، س ٨)	وجعلنا
وأردنا أن نعلم هل العددان اللذان	أم هما ـــ
وضعنا أولين أحدهما عند الآخر غير مركبين	ولم يصلح أولين
أمرهما ثانيان مركبان (ص ٣٥ ، س ٩)	
وأيضاً فإن نسبت الاتفاقات في علم الموسيقى	نسب
إنما توجد خاصة في هـذا التوسط (ص ١٠٣ ، س ١٣)	

ذلك الى أنه لم يتبع هذه الطريقة دائماً ، فقد أثبت في حـالات كثيرة الصحيح في النص وأشار في الهامش الى الخطأ ، مثلاً :

في النص	في الهامش
هي الحياة الجميلة (ص ١٣ ، س ١)	الجملية
بمنزلة الوسطة فيما بينها (ص ٢٠ ، س ٣ من أسفل)	بمنزلة الواسطة
ولا سنة سنناها (ص ٤٨ ، س ١)	ولاشبه شبناها
وهي العفة والشجاعة وليس العريكة	وهي المقة .. العركـة ..
والتقشف (ص ٥٥ ، السطر الأخير)	ولم يصلح « ليـس »

بل إنه أصلح ، مرات قليلة ، نص الترجمة اعتمادا على النص اليوناني وأثبت التصحيح في الأصل . مثلاً : أثبت « عين النفس » (ص ١٦ ، س ٦) بدل « عين اليقين » الموجودة في النص العربي ، اعتماداً على النص اليوناني وأشار الى ذلك في الهامش . واقترح لفظة « العنصر » في الهامش اعتماداً أيضاً على النص اليوناني بدل «العسكر» (ص ٣٠ ، س ٢) التي أثبتها في النص (وليته أجرى التبادل بين اللفظتين في المواقع أيضاً) .

(٢) وقد حافظ الأب كوتش على الزيادات وأكثرها تكرار للفظة أو جملة ، وواضح أنها سهو من الناسخ وسبق يد . مثلاً : « كيف [ما] ما اتفق » (ص ٣٢ ، س ٣ من أسفل) . « أول شيء يؤخذ من السطر [من السطر] » (ص ٤١ ، س ٨) . « أبداً يكون مأخوذاً من عدد المرات التي توجد في الشيء الأعظم من جملة الأصغر وأما اسم الجزء الثاني من جزأى الاسم المركب في ذي الأضعاف الزايد جزءاً [أبداً يكون مأخوذا ... الى آخر الجملة] » (ص ٥٢ ، س ١٠ ــ ١٤) .

(٣) وقد يحافظ الأب على النص ، بل على رسم الكلمات ، محافظة تربك القارىء وتدخله في حيرة قد لا يستطيع الخروج منها . وهذه نصوص أوشكت أن لا أخرج من حيرتي في فهمها :

(آ) « .. وههنا نظام لجنس آخر من الأشكال المجسمة ،وهي التي يقال لبعضها مكعبة ولبعضها دوقيدس ولبعضها ملبنة ولبعضها سفيقسوه ومعناها الشبيهة بالأخشاب .. » (ص ٨٢) .

(*) التزمت بقراءة المحقق للهمزة ورسمها ، وحقها الإثبات .

(ب) « ولما كان المكعب شكلاً مجسماً متساوي الأضلاع من كل جهة .. كان من الواجب أن يكون الشكل المقابل له الشكل الذي ليس فيه بعد مساوٍ لبعد ... مثل الاثنين في الثلاثة في الأربعة .. أو غير ذلك من الأضلاع المختلفة . وهو اسم (؟) مأخوذ من اسم المراقي وهو الذي جميع أبعاده مخالفة بعضها لبعض ، وقد سمى قوم هذا الضرب من المجسمات سفينسقوس وهو الشبيه بالأخشاب ، وذلك أن الأخشاب يجعلها النجارون والبناؤون .. مختلفة الأضلاع مبتدية من طرف حاد متزيدة في العرض والغلظ مختلفة الأبعاد .. فيكون النوعان اللذان ذكرنا نوعين متباعدين في الطرفين ، أعني نوع المكعبة ونوع الشكل الذي يقال له سفالسون (هكذا رسمها) وهو المختلف الأضلاع .. » (ص ص ٨٣ و ٨٤) .

(ج) « .. يسمى الشكل الملبّن وذلك أنه مجتمع من ضرب (عدد) في عدد مساوٍ له وما اجتمع بما هو أصغر من ذلك العدد الأول . فأما إن ضرب عدد مربع في عدد أكثر من ضلعه يكون سمكاً له فان المجتمع من ذلك يسمى دوقيدس ... وقد كنا قلنا ان الأعداد التي تشبه الأخشاب هي التي تجتمع من ضرب عدد في عدد غير مساوٍ له وما اجتمع في عدد غير مساوٍ لواحد منهما .. » (ص ٨٦) .

(د) « .. فإن كانا من التي تجتمع من ضرب شيء فيما يساويه وما اجتمع فيما لا يساوي الأول حتى يكون شكلهما الشكل الذي يقال له دوقيدس أو الذي يقال له الملبّن ، وإن كانا من التي تجتمع من ضرب شيء فيما لا يساويه وما اجتمع فيما لا يساوى الأولين حتى يكون شكلهما الشكل الذي يقال له سقالينوس .. » (ص ص ١١١ و ١١٢) .

فهل نحن تجاه أربعة أشكال أم خمسة ؟ لقد عرفنا المكعب والمثمن والدوقيدس ، يبقى السفينسقوس (السفيقسوذ ـ تحريف) والسقالينوس (سمالسون ـ تحريف) ، هل هما شكل واحد أم شكلان ؟ يبدو لأول وهلة أنهما نوع واحد ، لأن كلاً منهما يوصف بأنه المقابل للمكعب وبأنه يتكون من ضرب عدد بعدد لا يساويه والمجتمع بعدد ثالث لا يساوي أياً من الأولين . ولكن بعد التأمل يبدأ الشكلان يتمايزان : فالسفينسقوس هو « الشكل الاسفيني » (وكأن كلمتي سفينسقوس واسفين من أصل واحد) ، والسقالينوس هو « شكل متوازي المستطيلات » (هل السقالينوس والسقالة من أصل واحد ؟) . فلا بد إذن من أن يكون هناك اضطراب في النصوص، وبخاصة في النص (ب) ، في هذه الجملة « الشكل الذي ليس فيه بعد مساوٍ لبعد ... مثل الاثنين في الثلاثة في الأربعة .. او غير ذلك من الأضلاع المختلفة (؟) وهو اسم مأخوذ من اسم المراقي ..»، فكأن هناك نقصاً في مكان إشارة الاستفهام التي وضعتها ، وكأنه يجب أن تكون مكانها كلمة سقالينوس (والله أعلم) . وكأن بعض الناس كانوا يخلطون بين الشكلين والاسمين ، ففي النص (ب) ، بعد الجملة التي ذكرتها قبل قليل توجد هذه الجملة « وقد سمى قوم هذا الضرب من المجسمات سفينسقوس » .

(٤) وما كان لنا أن ننتظر من الأب أن يملأ ثغرة محتملة غير ظاهرة ، وقد تحرج عن سدّ أنواع من النقص ظاهرة . ففي هذه الجملة « مثل ... الثلاثة فإنها ضعف زايد ثلثين .. » (ص ٥٥ ، س ٣) أبى أن يضيف « الثمانية من » في مكان النقص . وفي هذه الجملة الأخرى (وأما فلولاوس فإنه قال يجب أن يكون ... الموجود إما

غير متناهية واما متناهية .... وغير متناهية معاً .. » (ص ٨٩ ،

س ٥ ــ ٨) ، أبى ان يعجم أحرف فيلولاوس ، ولكنه ذكر في الهامش « الأشياء الموجودة » اعتمادا على النص اليوناني لتوضح في النقص الأول ، ولكنه عاد وامتنع عن ذكر أي شيء بالنسبة للنقص الثاني ، مع أنه واضح أن الكلمات الساقطة هي « وإما متناهية » .

(٥) كنا نتوقع ، والأب كوتش يتقن اليونانية وبين يديه النص اليوناني ، أن نجد تعليقات يقوم بها النص العربي أو يشرحه ، لا سيما وهو يعترف في المقدمة بأنه « قد يجد القارىء العربي غرابة أو ضعفاً في التعبير يعزوها الى أخطاء الناسخ ، مع أن رغبة المترجم في أداء الأصل اليوناني بأمانة قد تؤدي أيضا الى الضعف المذكور ... ولذا فإنه يصعب في بعض الأحيان بل ويستحيل أيضا معرفة النص الأصلي يقيناً وإن أعان المعنى الرياضي على التأويل الواضح » (ص ٩) ــ ولكننا للأسف لم نجد شيئاً من ذلك ووجدنا معجماً هاما ولا شك ولكن بالنسبة لمن يتقن اللغة اليونانية وعنده الرغبة في مقارنة النص العربي بالأصل اليوناني .

ولا أجد أن عليّ أن أستشهد بنصوص تحتاج حاجة شديدة للشرح والتوضيح فحيثما قلبت في الكتاب تقع على نصوص غامضة مستغلقة ، وقد سبق منها نماذج وستأتي نماذج .

(٦) ثم إن التشدد في المحافظة قد يصبح محافظة على الخطأ ، وعندئذٍ لا يكون موضوعاً للتقدير أو المعذرة او الملامة بل يصبح موضوعاً للادانة . واليك المثال :

يقسم المؤلف الأعداد الفردية الى ثلاثة أنواع : أوّل وثوانٍ ونوع ثالث يكون فيه العددان ، كل واحد منهما ثانياً في نفسه ولكنه

أول بالنسبة للآخر ، مثل العددين (٩ ، ٢٥) ، لكل واحد منهما قاسم ولكن لا قاسم مشتركاً بينهما • ولتمييز هذا النوع من الأعداديذكر طريقة سمّاها اراسطثانسُس (ايراتوستنيز) الغربلة • ويصف هذه الطريقة على النحو الآتي : « •• نأخذ الأعداد الأفراد مختلطة غير مميزة فنميزها بهذا الطريق ونصفها كما نميز الشيء بالغربال أو بآلة أخرى مما يشبه الغربال : ونجد الأعداد الأول التي ليست مركبة ونفردها على حذة (كذا) والأعداد الثانية المركبة على حذة والأعداد التي هي كالخلط من هذين على حذة • وهذا الوجه الذي ذكرنا وسميناه الغربلة هو على ما أصف : نضع جميع الأعداد الأفرادالحادية من الثلاثة على الولا (كذا) الى أي مقدار أردنا من طول سطر من السطور • فنبتدي من أول عدد في ذلك السطر فننظر الى أي الأعداد يعدها ذلك العدد مما في ذلك السطر فنجده يترك عددين ويعد عدداً ثم يترك عددين ويعد عدداً ولا يزال الأمر جارياً على هذا الى أي موضع أردنا ان ينتهي إليه من هذه الأعداد • وليس عدد المرات التي يعد العدد الأول من هذه الأعداد ما يعده منها ليفما اتفق وعلى غير أمر مفهوم السبيل ، لكنه يعد أول عدد يعده منها وهو الذي يتجاوزه بعددين بمقدار عدد الآحاد التي في العدد الأول من أعداد ذلك السطر أعني أنه يعده بعدد الآحاد التي فيه وذلك أنه يعده ثلاثة (كذا) مرات • فأما العدد الثاني وهو الذي بعد العدد الذي ذكرنا بعددين فإن العدد الأول يعده بعدد الآحاد التي في العدد الثاني من الأعداد

التي في ذلك السطر وذلك أنه يعده خمس مرات • فأما العـدد الذي بعد ••• » (ص ص ٣١ ــ ٣٣) •

والنص ، كما هو ظاهر ، سقيم وملتو وغامض (قد يخفف من الالتواء والتعقيد أن يكتفي القارىء بقراءة ما وضعت تحته خطاً) ، ولكنه بعد تكرار القراءة وطول التأمل قد ينكشف •

ولكننا نجد بين الأسطر التي نقلناها الجدول الآتي (بعد تحويل الأعداد الحرفية الى أعداد رقمية ، لأنه مزيج منهما كليهما) ــ وقـد كتب بجانبه : هذا الجدول المسمى بالغربال :

زوج الفرد	٤	٨	١٦	٣٢	٦٤
الفـرد					
٦	٣	١٢	٢٤	٤٨	١٩٢
١٠	٥	٢٠	٤٠	٨٠	٣٢٠
١٤	٧	٢٨	٥٦	١١٢	٤٤٨
١٨	٩	٣٦	٧٢	١٤٤	٥٧٦
٢٢	١١	٤٤	٨٨	١٧٦	٧٠٤

وواضح أنه غربال ولكنه ليس غربال[٨] اراسطثانس • إنه يميز الأعداد أزواج الزوج وهي الأعداد الموجودة في السطر الأعلى الأول الآخذ الى اليسار ، والأعداد الأفراد وهي الأعداد الموجودة في السطر العمود الثاني الآخذ الى أسفل ، وأزواج الفـرد وهي الموجـودة في السطر الأول الآخذ الى أسفل ، وأزواج زوج الفرد وهي الأعـداد البـاقية •

ولو كان الهدف تمييز الأعداد الأفراد الأول لأمكن ذلك بأن : نرتب الأعداد الأفراد في سطر ابتداءً من الثلاثة • ثم نبدأ من الثلاثة فنعد بمقدارها ، اي ثلاثة ، ابتداءً من العدد الذي بعدها ، فالعـدد

الذي نقف عنده نشطبه ، ثم نعد ثلاثة أعداد ونشطب وهكذا .... ثم نرجع الى الخمسة فنعد هذه المرة خمسة ونشطب ، ثم الى السبعة .. فإذا وصلنا الى التسعة وهي مشطوبة سابقاً نتركها الى الأحد عشر، لأن أضعافها هي أضعاف الثلاثة وقد شطبت . ونتابع العملية على هذه الصورة ، فتكون كل الأعداد التي لم تشطب أعداداً أولاً . والعملية تجري على الصورة التالية (العملية تجري في سطر واحد ولكنني جعلتها تجري على أسطر للتوضيح) :

٣	٥	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٧	١٩	٢١	٢٣	٢٥
	٥	٧	٩	١١	١٣	١٥	١٧	١٩	٢١	٢٣	٢٥

فالأعداد التي بقيت دون شطب هي : ٣ ، ٥ ، ٧، ١١، ١٣، ١٧، ١٩، ٢٣ هي أعداد أول . ويمكن متابعة العملية الى الحد الذي نريد .

ولكن المطلوب هو غربال أراسطثانس ، وعلينا فيه أن نميز الأعداد الأفراد الأول والأفراد الثواني والافراد الثواني في نفسها والاول أحدها بالنسبة للآخر :

هنا ألج باب الظن والاجتهاد ، فأقدر أن الغربال يجب أن يكون الجدول الآتي[٩] (يمكن مد الجدول الى يسار والى أسفل الى أي حد يُراد) :

٣	٥	٧	٩	١١	١٣	١٥
٩	١٥	٢١	٢٧	٣٣	٣٩	٤٥
١٥	٢٥	٣٥	٤٥	٥٥	٦٥	٧٥
٢١	٣٥	٤٩	٦٣	٧٧	٩١	١٠٥
٢٧	٤٥	٦٣	٨١	٩٩	١١٧	١٣٥
٣٣	٥٥	٧٧	٩٩	١٢١	١٤٣	١٦٥
٣٩	٦٥	٩١	١١٧	١٤٣	١٦٩	١٩٥
٤٥	٧٥	١٠٥	١٣٥	١٦٥	١٩٥	٢٢٥

أما كيفية استعمال هذا الغربال فأظنها ، مرة أخرى ، على النحو التالي :

(١) كل الأعداد الموجودة في السطر الأول ولا تتكرر في أي سطر آخر (٣،٥،٧،١١،١٣،١٧،١٩،٢٣ ..) هي أعداد أول ؛ وما عداها أعداد ثوان .

(٢) كل الأعداد التي هي مربعات الأعداد الأول (٩،٢٥،٤٩ ، ١٢١ ، ١٦٩ ...) هي أعداد أول بالنسبة الى كل الاعداد ، ما عدا الأعداد التي في سطرها وما يماثلها .

(٣) إن كل عدد يقع في ملتقى سطرين : أحدهما نازل والآخر آخذ الى اليسار هو عدد أول بالنسبة الى كل الأعداد التي لا مثيل

لها في السطرين المذكورين • مثلاً : العدد ٣٥ هو ثان بالنسبة الى ٢٥ و ٢١ وأول بالنسبة الى ٢٧ •

(٤) ثم ان هناك قاعدة عامة لاكتشاف ما إذا كان العدد هو أول أو ثانٍ بالنسبة الى عدد آخر ، ذكرها نيقوماخوس في «المدخل»، هي : نطرح الأصغر من الأكبر ، ثم نأخذ الناتج والأصغر فنطرح الأصغر منهما من الأكبر ، ولا نزال نوالي عملية الطرح حتى تتوقف، فإذا توقفت عند الواحد فالعددان أولان أحدهما بالنسبة الى الآخر ، أما اذا توقفت عند اي عدد آخر ، وسيكون فرداً ، فهما ثانيان أحدهما بالنسبة للآخر ، والعدد الذي كان عنده التوقف هو القاسم المشترك بينهما •

مثال : ٢٥ و ٦٣ ٦٣ ــ ٢٥ = ٣٨ ٣٨ ــ ٢٥ = ١٣

٢٥ ــ ١٣ = ١٢ ١٣ ــ ١٢ = ١ فهذان العددان أولان أحدهما بالنسبة للآخر •

مثال : ٢١ و ٣٣ ٣٣ ــ ٢١ = ١٢ ٢١ ــ ١٢ = ٩

١٢ ــ ٩ = ٣ ٩ ــ ٣ = ٦ ٦ ــ ٣ = ٣ وتتوقف عملية الطرح فهذان العددان ثانيان أحدهما بالنسبة للآخر ؛ والقاسم المشترك بينهما ٣

(٧) ثم ان النص كما أخرجه الأب كوتش يكر كراً : فلا نقطة ولا شولة ولا أية أداة من أدوات الترقيم ، ولا عناوين (تقريباً) ، ولم يلحق به أية فهارس ، حتى الفهرست الذي يسرد المواد التي تنطوي

عليها مقالتا الكتاب غير موجود ــ فقدرت أن تنظيم مثل هذا الفهرست مفيد ويعطي القارىء فكرة إجمالية عن موضوع علم العدد ومسائله :

المقالة الأولى ١١ ــ ٥٩ :

الحكمة والفلسفة ١١ ــ المقدار والعدد ١٣ ــ العلوم التعليمية: علوم العدد : الموسيقى ، الهندسة ، الكرة (الفلك) ١٤ ــ العلوم التعليمية هي المعابر للعلوم الاخرى ١٤ ــ علم العدد هو الأول بالنسبة للعلوم التعليمية ١٦ ــ العدد : الفرد والزوج ، سلسلة الأعداد وخصائصها ١٩ ــ زوج الزوج وسلسلة الأعداد التي من هذا النوع وخصائصها ٢٠ ــ زوج الفرد ٢٤ ــ زوج زوج الفرد وسلسلة الأعداد التي من هذا النوع وخصائصها ٢٥ ــ الفرد : الأعداد الأولوالثواني والثواني بذاتها وهي أول أحدها بالنسبة للآخر ٢٩ ــ الاعدادالزوجية وأنواعها الثلاثة[١٠] : الزايد والناقص والتام ٣٦ ــ الأعداد التامة وطريقة استخراجها ٣٨ ــ المساواة والمخالفة ٤١ ــ المخالفة : الأعظم والأصغر ٤٢ ــ أنواع المخالفة : ذو الأضعاف ومقابله ٤٢ ــ الزايد جزءاً ومقابله ٤٤ ــ الزايد أجزاء ومقابله ٤٩ ــ ذو الأضعاف الزايد جزءاً ومقابله ٥١ ــ ذو الاضعاف الزايد أجزاء ومقابله ٥٤ ــ المساواة هي الأصل الذي منه تتولد كل أنواع النسب ٥٦

المقالة الثانية ٦٠ ــ ١١٣

المساواة إليها تنحل كل أنواع النسب ٦٠ ــ احوال العدد من حيث كيفية تأليفه من الوحدات (الخواص الهندسية للأعداد) ٦٧ ــ الأعداد الخطوطية ٧٠ ــ الأعداد المسطحة ٧٠ ــ الأعداد المثلثة ٧٠ــ

الأعداد المربعة ٧٢ ــ الأعداد المخمسة ٧٣ ــ الأعداد المسدسةوالمسبعة الخ ٧٤ ــ الاعداد المثلثة هي عناصر الاعداد المسطحة منها تتولد واليها ترجع ٧٦ ــ الاعداد المجسمة ٧٨ ــ الاعداد المخروطة ٧٨ ــ الاعداد المكعبة ٨٢ ــ أنواع الاعداد المجسمة الاخرى ٨٤ ــ مبدءا الهوهو والغيرية داخلان في جميع خواص العدد ٨٨ ــ تساوي القياس (١١) (التوسط) ٩٣ ــ التوسطات الثلاثة (ذكرها فيثاغورس والفلاسفة القدماء) ٩٥ ــ التوسط العددي وخصائصه ٩٥ــ التوسط الهندسي وخصائصه ٩٨ ــ التوسط التأليفي وخصائصه ١٠١ ــ التوسط الرابع ١٠٨ ــ التوسطان الخامس والسادس ١٠٩ ــ التوسطات السابع والثامن والتاسع والعاشر ١١٠ ــ التوسط التام ١١١

وإذا كان علىّ أخيراً أن أعبر عن رأيي الإجمالي في عمل الأب كوتش اقول : لقد كان من الواجب ان ينشر « مدخل » نيقوماخوس فهو ــ شأنه شأن « أصول » أقليدس و « مجسطى » بطليموس وكتاب ذيوفانطس في الجبر وكتاب أبولونيوس في المخاريط ومعظم كتب أرخميدس الخ .. ــ من كتب الأساس التي أقام عليها العلماء العرب علومهم الرياضية ؛ ولن يصح تاريخ لهذه العلوم عند العرب قبل نشر هذه الكتب وأمثالها . ولقد فعل الأب كوتش خيراً كثيرا حين نشر هذا الكتاب ؛ صحيح انه كان بحاجة الى جهاز من التحقيق العلمي النقدي أوفى ؛ ولكن ما يعانيه القارىء من مشقة في قراءته وفهمه يبصّر بالجهد الكبير الذي بذله الأب المحترم ؛ ويفرض علينا الشكر له والتقدير ؛ ولن « يذهب العرف بين الله والناس » .

المراجع والتعليقـات :

(١) يوسف كرم ، تاريخ الفلسفة اليونانية ، ط ٥ ، ص ٢٢

(٢) توبياز دانزج ، العدد لغة العلم ، ترجمة د . أحمد أبـو العباس ، ص‌ص ٤٠ ــ ٤٣

(٣) عبد الرحمن بدوي ، أفلاطون ، ط ١ ،ص ١٦٠

(٤) أحمد سعيد سعيدان ، مجلة « عالم الفكر » الكويتية ،م٢، ج١ ، ص ١٨٩ ، سنة ١٩٧١

أما الأعداد المتحابة فإنه يقال في عددين إنهما متحابان اذا كـان مجموع عوامل كل واحد منهما مساوياً للآخر : مثلاً العددان ٢٢٠ و ٢٨٤

مجمـوع عوامـل ٢٢٠ هـو : ١ + ٢ + ٤ +٥ + ١٠ + ١١ + ٢٠ + ٢٢ + ٤٤ + ٥٥ + ١١٠ = ٢٨٤ ــ ومجموع عوامل ٢٨٤ هو : ١ + ٢ + ٤ + ٧١ + ١٤٢ = ٢٢٠

(٥) عبد الحميد صبره ، مقدمة الشفاء ، أصول الهندسة ،لابن سينا ص‌ص ٣ ــ ١٣

(٦) عمر فروخ ، تاريخ العلوم عند العرب ، ص‌ص ٣٠٠و٣٠١

(٧) القفطي ، تاريخ الحكماء ، تحقيق يوليوس ليبرت ، ١٩٠٧، ص‌ص ١١٥ ــ ١٢٢ ــ ابن أبي أصيبعة ، عيون الأنباء في طبقات الأطباء ، المطبعة الوهبية ١٨٨٢ ، ج١،ص‌ص ٢١٥ــ٢٢٠ــبروكلمان، تاريخ الأدب العربي ، الترجمة العربية ، ج٤ ، ص‌ص ١٦٩ ــ ١٨٠

(٨) خدع به د ٠ عمر فروخ فنقله في كتابه تاريخ العلوم عند العرب ، ص ٣١٤

(٩) عثرت في كتاب « العدد لغة العلم » ص ٤٨ على غربال آخر أعطى اسم « غربال ايراتوستينز » ، ولكني لا أعتقد أنه الغربال الصحيح ٠

(١٠) العدد الزايد هو الذي مجموع عوامله يزيد عليه (١٢ ، ٦ + ٤ + ٣ + ٢ + ١ = ١٦ > ١٢) ــ العدد الناقص هو الذي مجموع عوامله ينقص عنه (١٦ ، ٨ + ٤ + ٢ + ١ = ١٥ < ١٦) ــ العدد التام هو الذي مجموع عوامله يساويه (٦ ، ٣ + ٢ + ١ = ٦) ٠

وقد ذكر نيقوماخوس أنه يوجد في كل مرتبة عشرية عدد تام ، وأن الأعداد التامة يجب أن تكون آحادها بالتناوب ٦ و ٨ : ففي مرتبة الآحاد ٦ وفي العشرات ٢٨ وفي المئات ٤٩٦ وفي الألوف ٨١٢٨ ــ ولكن عبد القاهر البغدادي في كتاب « التكملة » بين أن آحاد الأعداد التامة هي ٦ أو ٨ ولكنها لا تتناوب ، وأنه ليس بين عشرة آلاف ومائة ألف عدد تام (أبحاث الندوة العالمية الأولى لتاريخ العلوم عند العرب ، سنة ١٩٧٦ ، ج١ ، ص‌ص ٢١٨ و ٢١٩ ،

تلخيص لدراسة لأحمد سعيد سعيدان باللغة الانجليزية منشورة في الجزء الثاني من أبحاث الندوة ...) ــ وفي كتاب « العدد لغةالعلم » ص ٤٧ ان خامس عدد تام هو ٣٣٥٥٠٣٣٦ ، مما يؤكد أحد قولي البغدادي .

(١١) نفترض ان الحدود في التوسطات هي أ ، ب ، ج (تتغير الأعداد التي ترمز إليها هذه الحدود في كل نوع من التوسطات) : فتكون النسب في كل توسط كالآتي :

المددي : $\frac{ح - ب}{ب - ا} = \frac{ب}{ا}$ الهندسي : $\frac{ح}{ب} = \frac{ب}{ا}$

التاليفي : $\frac{ح}{ا} = \frac{ح - ب}{ب - ا}$ الرابع : $\frac{ح}{ا} = \frac{ب - ا}{ح - ب}$

الخامس : $\frac{ب}{ا} = \frac{ب - ا}{ح - ب}$ السادس : $\frac{ح}{ب} = \frac{ب - ا}{ح - ب}$

السابع : $\frac{ح}{ا} = \frac{ح - ا}{ب - ا}$ الثامن : $\frac{ح}{ا} = \frac{ح - ا}{ح - ب}$

التاسع : $\frac{ب}{ا} = \frac{ح - ا}{ب - ا}$ العاشر : $\frac{ب}{ا} = \frac{ح - ا}{ح - ب}$

أما التوسط التام فليس مجراه مجرى الأعداد المسطحة التي يقع فيما بينها عدد واحد ، لكن من التي يقع فيما بينها عددان ، فهي ذات ثلاثة أبعاد . وفيها يتبين ان التوسط الهندسي هو تركيب من التوسطين العددي والتأليفي :

٦	٨	٩	١٢			
ا	ب	ح	د			

$\frac{د}{ج} = \frac{ب}{ا}$ توسط هندسي

(تركيب من التوسطين) .

ا		ج	د

د ـ ج = ج ـ ا توسط عددي

ا	ب	د

$\frac{د}{ا} = \frac{د - ب}{ب - ا}$ توسط تاليفي

عبد الكريم زهور عدي